پایداری سیستمهای قدرت

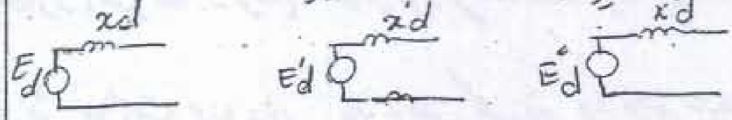
در این قسمت میخواهیم ببینیم که تغییراتی مانند کلیدزنی یا اضافه شدن بار آیا میتواند باعث بشود که سیستم از حالت سنکرون خارج شود و یا اینکه نه؟ در مبحث پایداری سیستمهای قدرت این موضوع را بررسی میکنیم.

انواع پایداری را میتوان به صورت زیر در نظر گرفت:

- پایداری دائم: در این حالت تغییر خیلی کوچک است و سیستم در حالت دائم باقی میماند.
- پایداری گذرا
- پایداری زیرگذرا (بررسی پایداری در لحظات اول تغییر) که معمولاً در ۲ سیکل اول بررسی میگردد

در اینجا نیز از مدلهائی که در اتصال کوتاه استفاده شد استفاده میکنیم (مدار معادل تونن)

دائم: گذرا: زیرگذرا:



تعریف میکنیم:

$P_a = P_m - P_e$

اگر P_a مثبت باشد آنگاه سرعت روتور زیاد میشود و اگر P_a منفی باشد آنگاه سرعت روتور کم خواهد شد.

$P_a = 0 \Rightarrow P_m = P_{e0}$ } در این حالت سرعت تغییر نخواهد کرد.

سطح مقطع روتور:

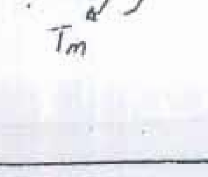
$\theta(t) = \omega t + \delta$

اگر زاویه روتور ثابت نباشد و (یعنی در حال نوسان) باشد آنگاه دیگر δ ثابت نخواهد بود بلکه: $\delta \longrightarrow \delta(t)$

پس: $\theta(t) = \omega_0 t + \delta(t)$ (1) یا $\delta(t) = \theta(t) - \omega_0 t$

گشتاوری که به سیستم وارد میشود به صورت زیر حاصل میشود:

$J \dfrac{d^2\theta}{dt^2} = T_a$ طرفین را در ω_m ضرب میکنیم $\omega_m J \dfrac{d^2\theta}{dt^2} = P_a$ (2)



$T_a = T_m - T_e$ (یا $P_a = P_m - P_e$)

با جایگذاری ① در ② $\Rightarrow \omega_m J \dfrac{d^2\delta}{dt^2} = P_a$

ضریب M را به صورت زیر تعریف میکنیم: $M \triangleq \omega_m J$

بجای اینکه از M استفاده کنیم میتوانیم از M پریونیت استفاده کنیم پس به صورت زیر است:

$$\frac{M}{S_{base}} = M_u \Rightarrow \frac{M}{S_{base}}\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{P_a}{S_{base}} \Rightarrow M\frac{d^2\delta}{dt^2} = P_a$$

P_a و M برحسب پریونیت میباشند.

$$M\frac{d^2\delta}{dt^2} = P_a = \underbrace{P_m - P_e}_{\text{برحسب پریونیت}}$$

به معادله اخیر معادله نوسان گفته میشود (swing equation)

معمولاً P_m ثابت بوده ولی P_e به علت کلیدزنی در وصل بارهای بزرگ به شدت تغییر میکند. برای حل معادله دیفرانسیل مرتبه دوم ۱ احتیاج به دو شرط اولیه هستیم که عبارتند از:

$\delta(0) = \delta^0$ و $\dfrac{d\delta}{dt}(0) = \omega^0$ (با توجه به معادله ① بدست میآوریم)

با توجه به اینکه M برای سیستمهای مختلف متغیر خواهد بود یک پارامتر دیگر بصورت زیر تعریف میکنند:

$H = \dfrac{KE}{S_{base}}$ و $KE = \dfrac{1}{2} J \omega_m^2$ و $J\omega_m = M \Rightarrow M_u = \dfrac{2H}{\omega_m}$

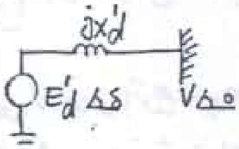
حال با فرض اینکه $\underbrace{P=2}_{\omega_m = \omega_0}$ باشد میتوان معادلات را بصورت زیر نوشت: (ω_0 سرعت سنکرون است)

$\dfrac{2H}{\omega_0}\dfrac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_e$ (برای هر ماشین یک معادله برای که خواهیم داشت)

~~با توجه به اینکه Pe معادله غیر خطی و با توجه به اینکه برای هر ماشین یک معادله داریم و لذا یک~~
دستگاه معادلات غیر خطی خواهیم بود که با پیدایش دستگاه حل شود.

حال فرض میکنیم ژنراتور به یک باس بار بی نهایت وصل شده باشد یعنی شکل شبکه به صورت زیر است:

حال میتوان Pe را محاسبه کرد:



$$P_e = \frac{E'_d V \sin\delta}{x'_d}$$

از قبل داشتیم: $\delta(t) = \theta(t) - \omega_0 t$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_m(t) \Rightarrow \frac{d\delta}{d(t)} = \omega(t) = \omega_m(t) - \omega_0 \quad ①$$

$$M\frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_e \Rightarrow \frac{d\omega}{dt} = \frac{P_m - P_e}{M} \quad ②$$

حال میتوان از معادلات ① و ② استفاده کرد و با توجه به اینکه $\delta(0) = \delta^0$ و به عنوان شرایط اولیه است میتوان معادلات را حل کرد.

$$\begin{cases} \dfrac{d\delta}{dt} = \omega(t) \\ \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{P_m - P_e}{M} \end{cases} , \quad \delta(0) = \delta^0 \ \text{و} \ \omega(0) = 0 \ \text{(نقطه شروع دائمی)}$$

دستگاه معادلات مربوط به سیستمهای چند ماشینه:
ماشین 1 را به عنوان مرجع در نظر میگیریم.

$$\frac{d\delta_2}{dt} = \omega_2(t)$$

$$\frac{d\omega_2}{dt} = \frac{P_{m_2} - P_{e_2}}{M_2} , \quad P_{e_2} = \mathrm{Re}\left(E'_2 I^*_2\right)$$

$$\vdots$$

$$\frac{d\delta_n}{dt} = \omega_n(t)$$

$$\frac{d\omega_n}{dt} = \frac{P_{mn} - P_{en}}{M_n}$$

ابتدا معادلات را حل میکنیم و جریانهای مربوط به هر ژنراتور را بدست میآوریم و آنگاه با توجه به رابطه بالا Pe های را مشخص میکنیم.

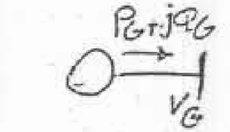
~~باید توجه داشت که ... P_e ... میتوان ... ثابت ... δ_1~~

باید توجه داشت که اگر در حالت پایدار باشیم و یک حالت دینامیکی بوجود آید $\omega_1 = \omega_2 = \dots = \omega_n$

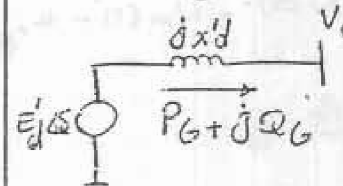
در نظر میگیریم اما اگر قبل از این حالت دینامیک، حالت دینامیک دیگری وجود داشته باشد

باید δها و ωها را با توجه به حالت دینامیک قبل تعیین کرد.

قدمهایی که در این قسمت خواهیم داشت به ترتیب عبارتند از:



۱- P_G و Q_G و V_G را میتوان با استفاده از پخش بار تعیین کرد.



۲- با انجام محاسبات لازم روی جوابهای پخش بار میتوان

معادل تونن را بدست آورد (E'_i و δ را میتوان تعیین کرد)

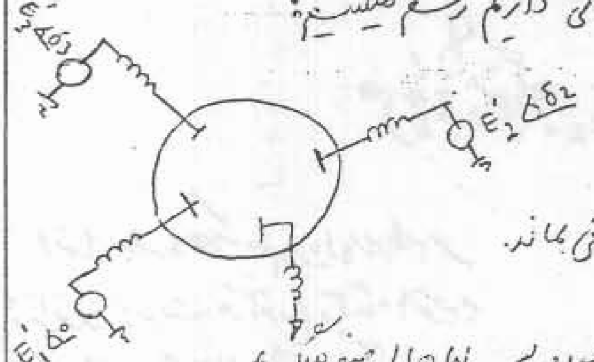
$$I_G = \frac{P_G - jQ_G}{V_G^*}$$

با توجه به I_G میتوان $E'_i \angle \delta$ را مشخص کرد به صورت زیر:

$$E'_i \angle \delta = V_G + jx'_d I_G$$

حال مقدار δ بدست آمده در واقع مقدار δ^0 مربوط به ماشین i را به ما میدهد و به همین ترتیب میتوان δ^0 مربوط به ماشینهای دیگر را تعیین کرد.

حال فرض کنید که یک تغییر در شبکه بوجود آمده است در این قسمت فرض میکنیم E'_i ها مقدار ثابتی هستند، حال شبکه را با توجه به این E'_i هایی که داریم رسم میکنیم:

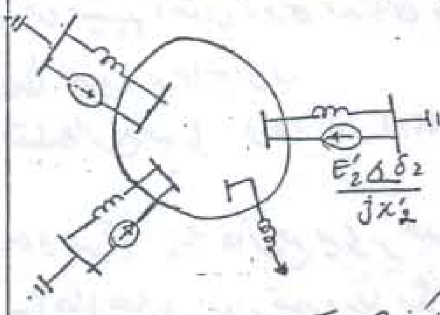


در این قسمت از تمام δها به اندازه δ_1

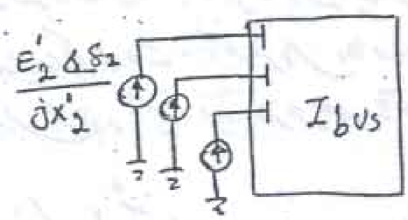
کم میکنیم تا زاویه باس اسلک صفر باقی بماند.

در این حالت چون فرض کرده ایم که سیستم پایدار بوده پس ωها را صفر میگیریم.

۳- بجای منابع ولتاژ تونن، معادل نورتن را قرار می‌دهیم که شکل به صورت زیر در می‌آید:



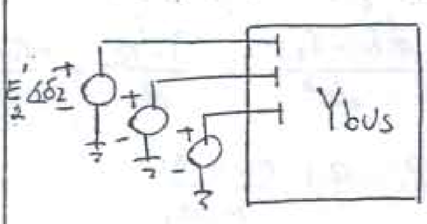
حال اگر امپدانس‌ها را به داخل شبکه ببریم آنگاه شکل شبکه به صورت زیر در می‌آید:



که دیگر جریان‌ها محاسبات را با توجه به داشتن Z_{bus} و جریان‌ها بدست آورد.

روش دوم: بجای معادل نورتن، معادل تونن قرار می‌دهیم چونکه در این حالت به ~~Z~~bus احتیاج

احتیاج پیدا می‌کنیم و ساخت Y_{bus} خیلی ساده‌تر از ساخت Z_{bus} است پس خواهیم داشت:



$$I = Y E'$$

پس جریان‌ها را نوشت:

$$P_{e_i} = Re\left[E_i' * I_i^*\right]$$

باید توجه داشت که I برحسب δ بدست می‌آید و همچنین E_i' و P_{ei} هم برحسب δها هستند

که معادله لازم را به ما می‌دهد. (در معادلات تفاضل δها ظاهر می‌شود)

حال P_e ها مشخص شد.

۴- بجای P_mها P_eها را قرار می‌دهیم.

۵- حال دیگر دستگاه معادلات را می‌توان نوشت.

۶- مقادیر اولیه: (و بر اساس شرایط قبل) $\delta_i^0 = \delta_i(0)$ اگر در شرایط حالت پایدار بوده $\omega_i(0) = 0$

حال فرض میکنیم اختلال دومی در زمان t_1 بوقوع بپیوندد، حال باید مراحل زیر را طی کرد:

۷- Y_{bus} جدید باید محاسبه شود.

۸- مقدارهای اولیه را $\omega_i(t_1)$ و $\delta_i(t_1)$ قرار میدهیم.

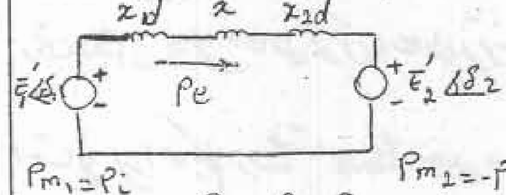
۹- حال میتوان P_{ei} های جدید را برحسب δ_2 و ... و δ_n بدست آورد.

۱۰- P_m ها را همان مقدار قبل در نظر میگیریم (مقدار P_m ها ثابت فرض میشوند)

۱۱- دستگاه معادلات را با توجه به شرایط اولیه‌ای که گفته شد حل میکنیم ...

جوابی که بدست می‌آید برای t_1 به بعد قابل قبول است. حال اگر در زمان t_2 اختلال دیگری بوجود آید دقیقاً از مرحله ۷ به بعد تکرار خواهیم کرد.

سیستم ۲ ماشینه:



$$G_1:\; M_1\frac{d^2\delta_1}{dt^2} = P_i - P_e$$

$$G_2:\; M_2\frac{d^2\delta_2}{dt^2} = -P_i + P_e$$

در نظر میگیریم: $\delta = \delta_1 - \delta_2 \Rightarrow \dfrac{d^2\delta}{dt^2} = \dfrac{d^2(\delta_1 - \delta_2)}{dt^2} = \dfrac{P_i - P_e}{M_1} - \dfrac{-P_i + P_e}{M_2}$

$$\Rightarrow \frac{d^2\delta}{dt^2} = (P_i - P_e)\left(\frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2}\right) = (P_i - P_e)\,\frac{M_1 + M_2}{M_1 M_2}$$

$$\Rightarrow \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}\,\frac{d^2\delta}{dt^2} = P_i - P_e$$

پس در واقع معادله ما به صورت:  در می‌آید (که تقریباً سیستم را مشخص که به یک باس بی‌نهایت وصل شده می‌باشد) فقط با این تفاوت که $M = \dfrac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}$

برای یک دستی

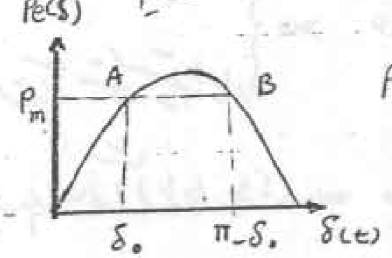
مجموعه

[illegible] پایداری [illegible] ناپایداری [illegible] سیستم ها در وضع

حالت های پایدار یا ناپایدار گذرا می باشیم

معادله $M \frac{d^2\delta}{dt^2} = P_m - P_e$ را در نظر میگیریم : ①

نمودار توان برحسب زاویه δ :



$P(\delta_0) = P_m$

حال فرض کنیم یک تغییر در سیستم بوجود آید که موجب تغییر در P_e شود حال میخواهیم

ببینیم این تغییر باعث نوسان دائم میشود یا نه؟

فرض میکنیم : δ_0 تغییرات $= \Delta\delta$ و P_e تغییرات $= \Delta P_e$

به عبارتی : $\delta = \delta_0 + \Delta\delta$ و $P_e = P_{e0} + \Delta P_e$

حال در معادله ① جایگزاری میکنیم:

$$M \frac{d^2(\delta_0 + \Delta\delta)}{dt^2} = P_m - (P_{e0} + \Delta P_e)$$

اما باید توجه داشت که چون قبل از این تغییر در حالت دائم قرار داشته ایم پس: $P_m = P_{e0}$ است بنابراین معادله بصورت زیر در می آید :

$$M \frac{d^2(\delta_0 + \Delta\delta)}{dt^2} = -\Delta P_e$$

بعد از اینکه معادله بالا را بصورت خطی درآوردیم (به ازای ΔP_e های کوچک) خواهیم داشت :

$$M \frac{d^2\Delta\delta}{dt^2} + \left(\frac{\partial(\Delta P_e)}{\partial(\Delta\delta)}\right)_{\delta_0} \Delta\delta = 0 \Rightarrow M \frac{d^2\Delta\delta}{dt^2} + \left(\frac{\partial P_e}{\partial\Delta\delta}\right)_{\delta_0} \Delta\delta = 0$$

حال از معادله بالا تبدیل لاپلاس میگیریم :

$$s^2 M \Delta\delta(s) + \left(\frac{\partial P_e}{\partial\delta}\right)_{\delta_0} \Delta\delta(s) = 0$$

$$\Rightarrow S^2 M + \left(\frac{\partial P_e}{\partial \delta}\right)_{\delta_0} = 0 \Rightarrow S = \pm\sqrt{\frac{-\left(\frac{\partial P_e}{\partial \delta}\right)_{\delta_0}}{M}}$$

حالتهای مختلف:

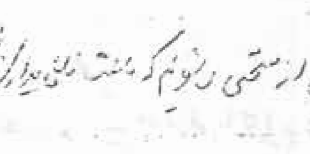
اگر: $\left(\frac{\partial P_e}{\partial \delta}\right)_{\delta_0} < 0 \Rightarrow$ { به ازای جواب مثبت سیستم ناپایدار / به ازای جواب منفی سیستم پایدار } $\Rightarrow$ سیستم ناپایدار است

اگر: $\left(\frac{\partial P_e}{\partial \delta}\right)_{\delta_0} > 0 \Rightarrow$ سیستم نوسانی (پایدار دائما) است

باید توجه داشت که در منحنی صفحه قبل نقطه b نقطه پایدار نخواهد بود چون اگر δ زیاد شود آنگاه P_e کم می‌شود و در نتیجه سرعت ماشین زیاد می‌شود و در نتیجه δ زیادتر شود و به همین ترتیب تا آخر و برعکس اگر δ کم شود P_e زیاد می‌شود آنگاه سرعت کم می‌شود و به همین ترتیب تا آخر پس نقطه b نمی‌تواند یک نقطه تعادل پایدار باشد (با بحثی مطابق بالا می‌توان نتیجه گرفت که نقطه a یک نقطه پایدار دائما است). حد پایداری در $\delta_0 = \pi/2$ است.

باید توجه داشت با توجه به نوسانات که توان هم نوسان خواهد داشت (P_e) و تا موقعی سیستم پایدار است که δ از 90° عبور نکند (در این حالت وارد قسمتی از منحنی می‌شویم که نقطه‌های ناپایدار دارد)

مثال: فرکانس نوسان Δδ را برای دو حالت زیر بدست آورید.



$x'_d = 1.2$, $E' = 1.2$, $H = 45$, $M = 0.0255$

الف - بار ژنراتور 50٪ توان ماکزیمم.

حل: توان ماکزیمم $= \frac{EV}{X} = \frac{1.2(1)}{1.2+0.6} = 0.6667 \text{ p.u.}$

$$\frac{EV}{X}\sin\delta_0 = \frac{0.6667}{1} \Rightarrow \sin\delta_0 = 0.5 \Rightarrow \delta_0 = \pi/6$$

$$\left(\frac{\partial P_e}{\partial \delta}\right)_{\delta_0=\pi/6} = \frac{1.2\times 1\times \cos\delta}{1.8}\bigg|_{\pi/6} = 0.5774$$

$$S = \pm j\sqrt{\frac{0.5774}{0.0255}} = \pm j4.758$$

ب - بار 80٪ توان ماکزیمم باشد.

$$\sin\delta_0 = 0.8 \Rightarrow \delta_0 = 0.9273$$

$$\left(\frac{\partial P_e}{\partial \delta}\right)_{\delta_0=0.9273} = \frac{1.2\cos 0.9273}{1.8} = 0.4 \rightarrow S = \pm j\sqrt{+\frac{0.4}{0.0225}}$$

$$\rightarrow S = \pm j\,3.9606$$

ناپایداری گذرا:

میدانیم که: $\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{P_a}{M} \Rightarrow 2\frac{d\delta}{dt}\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{2P_a}{M}\frac{d\delta}{dt} \Rightarrow$

$$\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2 = \frac{2}{M}\int_0^t P_a\frac{d\delta}{dt}\,dt = \frac{2}{M}\int_{\delta_0}^{\delta(t)} P_a\,d\delta \Rightarrow$$

تغییرات δ نسبت زمان: $\frac{d\delta}{dt} = \sqrt{\frac{2}{M}\int_{\delta_0}^{\delta(t)} P_a\,d\delta}$

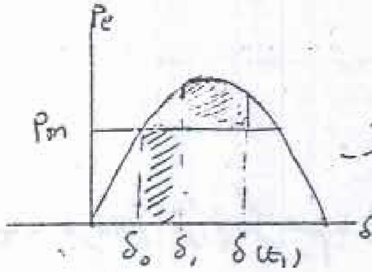
اگر بخواهیم سیستم پایدار بماند باید وقتی که شروع به زیاد شدن کرد در یک نقطه از توقف شود و سپس دوباره شروع به کم شدن کند (که اندازه سرعت صفر شد) سرعت در یک لحظه صفر شده یعنی سرعت در بعضی انتگرال است) و همچنین وقتی که شروع به کم شدن کرد در ازای آنکه سیستم

~~پایداری ... ناید سرعت صفر شود (یعنی ... که این حداکثر زاویه ...) ...~~

پایداری را به صورت زیر بیان کرد:

$$\int_{\delta_0}^{\delta(t)} P_a \, d\delta = 0 \Rightarrow \frac{d\delta}{dt} = 0 \Rightarrow$$ چون شیب جهت شرط لازم است

رابطه برابر بدست آوردن حداکثر زاویه δ برای پایداری



آنالیز سطح برابر:

$$P_a = P_e + P_m$$

که در واقع در شکل روبرو مقدار P_a برابر اختلاف دو سطح هاشور خورده مشکی و آبی خواهد بود.

سطح هاشور خورده آبی در واقع توان الکتریکی است که باعث کاهش δ می‌شود (با سرعت منفی [illegible]) و سطح هاشور خورده مشکی در واقع توان مکانیکی است که باعث افزایش δ می‌شود.

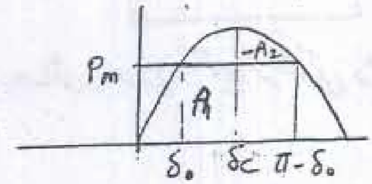
حال وقتی پایداری برقرار خواهد ماند که سطح هاشور خورده آبی بتواند سطح هاشور خورده مشکی را جبران کند به عبارت دیگر پایداری تا زمانی برقرار خواهد بود که توان الکتریکی بتواند افزایش δ ناشی از توان مکانیکی را جبران کند و $\delta_0+\Delta\delta$ را به حالت δ_0 برگرداند در صورتیکه سطح هاشور خورده آبی کمتر از سطح هاشور خورده مشکی شود دیگر پایداری از دست خواهد رفت.

کاربرد در موتور و δ: فرض می‌کنیم تغییری که سبب تغییر δ شده در زمان [illegible] مربوط به δ قطع شود اما این قطع تغییر نمی‌تواند به صورت آنی عمل کند چون کلید [illegible] طول می‌کشد که در واقع در این مدت زمان مقدار δ به $\delta(t_1)$ می‌رسد حال می‌خواهیم ببینیم حداکثر δ چقدر می‌تواند باشد تا اینکه سیستم پایدار باقی بماند به δ در این حالت δ_c گفته می‌شود که در واقع زاویه روتور در زمان بحرانی است.

زمان بحرانی: ماکزیمم زمانی است که فالت می‌تواند ادامه داشته باشد تا پس از حذف فالت به حالت پایدار برگردیم.

طریقه محاسبه δ_c در صفحه بعد نوشته شده است:

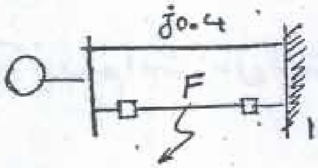
$$\underbrace{P_m(\delta_c-\delta_0)}_{A_1} = \underbrace{\int_{\delta_c}^{\pi-\delta_0}(P_e-P_m)\,d\delta}_{-A_2} \Rightarrow \delta_c = \text{معلوم}$$



δ_c شرط تعیین : $A_1 + A_2 = 0$

$$A_2 = \int_{\delta_c}^{\pi-\delta_0}(P_m-P_e)\,d\delta = \int_{\delta_c}^{\pi-\delta_0} P_a\,d\delta$$

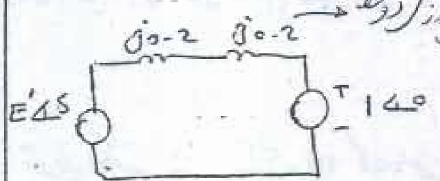
مثال: درصورتیکه در شکل زیر در نقطه F یک اتصال کوتاه سه فاز به زمین رخ داده که بعد از مدتی زمانی مدارشکنها مدار را قطع ما حداکثر این مدت زمان را می‌خواهیم (این زمان برای طراحی رله‌ها و مدارشکنها لازم است)



$P_m = 1.5 \quad x'_d = 0.2$

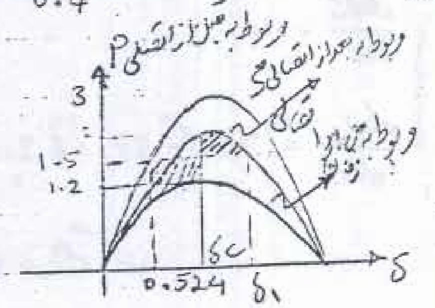
$E' = 1.2 \quad H = 5$

حل: قبل از اتصالی:

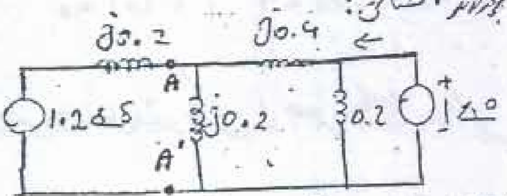


$$P_m = P_{e0} = \frac{1.2\times 1\times \sin\delta_0}{0.4} = 1.5 \Rightarrow \delta_0 = 0.524\ (rad)$$

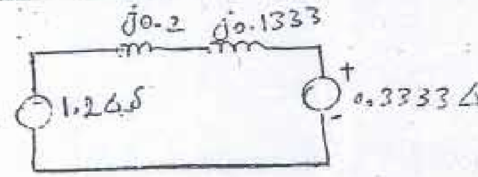
$P_e = 3\sin\delta$



در زمان بعد از اتصالی:

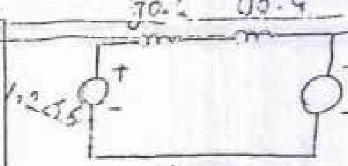


معادل تونن از دو سر AA' :



$\Rightarrow P_e = 1.2\sin\delta$

بعد از اتصالی :



$\Rightarrow P_e = 2\sin\delta_2$

برای اینکه بتوان δ_c را بدست آورد باید دو سطح هاشور خورده که به رنگ مشکی در صفحه قبل با هم مساوی باشند به عبارتی :

$$\int_{0.524}^{\delta_c} (1.5 - 1.2\sin\delta)\, d\delta + \int_{\delta_c}^{\delta_1} (1.5 - 2\sin\delta)\, d\delta = 0$$

$$2\sin\delta_1 = 1.5 \Rightarrow \delta_1 = \cancel{\sin^{-1}\left(\frac{1.5}{2}\right)} \Rightarrow \delta_1 = 2.294$$

$$\delta_1 = \pi - \sin^{-1}\left(\frac{1.5}{2}\right)$$

حل معادله انتگرالی در صفحه بعد به صورت کامپیوتری آورده است . (این معادله به صورت دستی هم براحتی قابل حل است)

بعد از حل معادله : $\delta_c = 1.197$ rad

ولی آنچه مهم است زمان است (زیرا رله‌ها را برحسب زمان قطع set میکنند)

حال باید معادله دیفرانسیل روبرو را حل کنیم :

$$\begin{cases} \dfrac{H}{\pi f_0} \dfrac{d^2\delta}{dt^2} = 1.5 - 1.2\sin\delta & f_0 \to 50 \\ \delta(0) = 0.524 \,,\quad \dot{\delta}(0) = 0 \end{cases}$$

تعریف میکنیم : $\omega = \dfrac{d\delta}{dt}$ که در این صورت خواهیم داشت : (بعد از جایگذاری)

$$\begin{cases} \dfrac{d\delta}{dt} = \omega \\ \dfrac{d\omega}{dt} = 4.71 - 37.68\sin\delta \,,\quad \delta(0) = 0.524 \,,\quad \omega(0) = 0 \end{cases}$$

که در صورت حل معادله شکل 1 صفحه 106 برای δ بدست خواهد آمد.